CONGELATION DE L´EAU - CORRECTION

1. L'eau, le corps chaud, **cède de l'énergie** au corps froid, l'air du congélateur : **Q < 0**.

2. La solidification de l'eau est **exothermique**, l'eau cède de l'énergie à l'air du congélateur.

3. $\Delta U = Q = m \times C_{eau} \times (T_s - T_a)$**.**

4. On calcule: Q = 0,150x 4185(0-23) = -1,44 10^4 J = **-14,4 kJ.**

5. La puissance est une énergie par unité de temps: $\boldsymbol{P = \frac{E}{\Delta t}}$

Donc : $\boldsymbol{\Delta t = \frac{|Q|}{P}}$

Application numérique : $\boldsymbol{\Delta t = \frac{1{,}44 \times 10^4}{40}}$ **= 361s** soit **6 minutes** environ.

6. La loi de refroidissement de Newton indique que le flux thermique est proportionnel à la différence de température entre l'eau et l'air du congélateur. Ce **flux thermique diminue** au cours du refroidissement.

7. $\boldsymbol{\phi = \frac{Q}{\Delta t}}$ **donc :** $\boldsymbol{Q = \phi \times \Delta t}$

8. Le système étant au repos, on peut écrire le premier principe :

ΔU= W + Q

Comme il ne se produisent que des transferts thermiques**, W=0** donc :

$\Delta U = Q = \boldsymbol{\phi \times \Delta t}$

On remplace par les expressions de ΔU et ϕ déjà connues :

$m \times C_{eau} \times \Delta T = -hS \times (T - T_{th}) \times \Delta t$

Si on fait tendre Δt vers 0, ΔT tend aussi vers 0. On peut utiliser les **différentielles exactes**:

$m \times C_{eau} \times$ **dT**= $-hS \times (T-T_{th}) \times$ **dt**

Ce qui peut s´écrire : $\frac{dT}{dt} = -\frac{hS}{\mathrm{m{\times}Ceau}}(T - T_{th})$

En posant r =$\frac{hS}{\mathrm{m{\times}Ceau}}$

L´équation différentielle peut s´écrire : $\frac{dT}{dt} = -r(T - T_{th})$

Calcul de r : $r = -\frac{1}{(T-T_{th})} \times \frac{dT}{dt}$

r a la dimension de **l´inverse d´un temps**.

Application numérique : r =$\frac{hS}{\mathrm{m{\times}Ceau}}$ = r =$\frac{0{,}92}{0{,}150\times4185}$ $= \mathbf{1{,}5 \times 10^{-3}}$ **s^{-1}**

9. On cherche à exprimer t à partir de l´expression donnée :

$$T(t) = (T_a - T_{th})e^{-rt} + T_{th}$$

$$(T_a - T_{th})e^{-rt} = T(t) - T_{th}$$

$$e^{-rt} = \frac{T(t) - T_{th}}{T_a - T_{th}}$$

Utilisons maintenant la **fonction réciproque** de l´exponentielle, le logarithme népérien pour isoler t:

$$\ln(e^{-rt}) = \ln(\frac{T(t) - T_{th}}{T_a - T_{th}})$$

$$-rt = \ln\left(\frac{T(t) - T_{th}}{T_a - T_{th}}\right)$$

On obtient l´expression de t :

$$t = -\frac{1}{r} \times \ln\left(\frac{T(t) - T_{th}}{T_a - T_{th}}\right)$$

On remplace r par son expression :

$$t = -\frac{m \times c_{eau}}{hS} \times \ln\left(\frac{T(t) - T_{th}}{T_a - T_{th}}\right)$$

Application numérique :

$$t = -\frac{0{,}150 \times 4185}{0{,}92} \times \ln\left(\frac{0 - (-18)}{23 - (-18)}\right)$$

$$t = -\frac{0{,}150 \times 4185}{0{,}92} \times \ln\left(\frac{18}{41}\right) = 561\ s = 9{,}35\ min$$

Ce qui donnerait une durée totale d’environ 30 minutes (9 minutes pour la phase a puis 21 minutes pour la congélation de l´eau).