EXERCICE 2 - Une Brosse à Dents (6 points)

Sur un écran blanc placé à une distance D du fil utilisé, on observe une figure de diffraction. L est la largeur de la tache centrale. θ est l'angle caractéristique de diffraction, de valeur très inférieure à un radian, donné par l'expression $\theta = \frac{\lambda}{a}$.

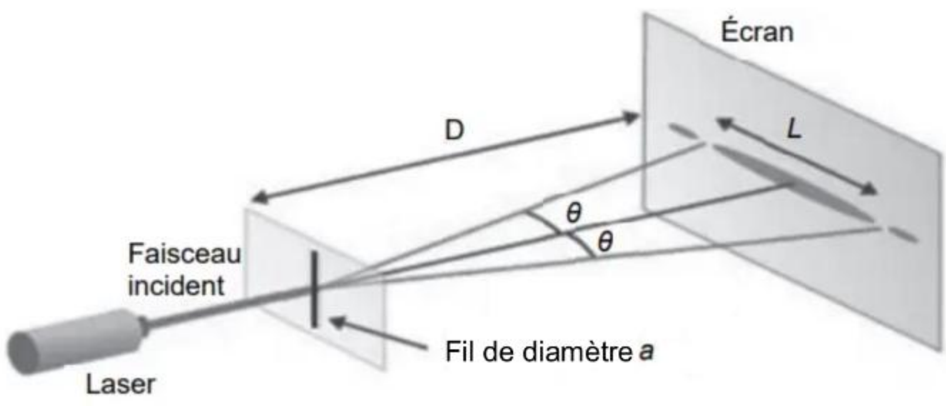


Figure 1. Schéma du montage de diffraction d'un faisceau laser par un fil.

Q1. Grâce à la figure1, on a $\tan\theta = \theta = \frac{opp}{adj} = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}$ d'où $L = 2\theta D$

or $\theta = \frac{\lambda}{a}$ donc $L = \frac{2\lambda D}{a}$.

On a donc bien $L = k\frac{1}{a}$ avec k = 2λD.

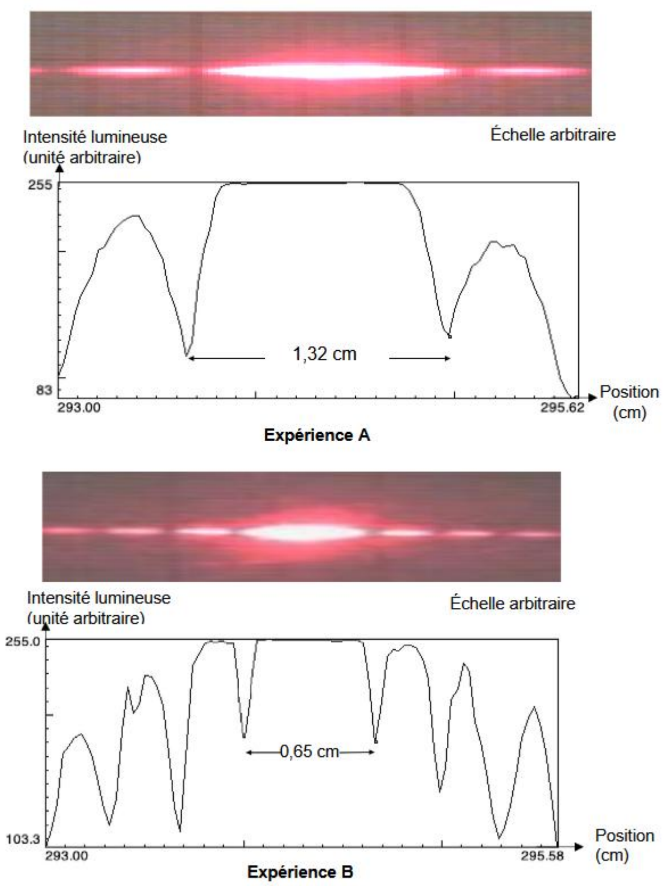


Figure 2. Photographies des figures de diffraction obtenues et distribution de l'intensité lumineuse pour deux fils calibrés de diamètres différents.

Q2. D'après la question précédente, L est inversement proportionnelle au diamètre a.
L'expérience A est celle qui a la plus grande valeur de L, c'est donc celle qui est associée au fil le plus fin : celui de 150 µm.
L'expérience B est donc associée au fil de diamètre 300 µm.

On réalise maintenant l'expérience avec un brin de brosse à dents ultrasouple, en utilisant le même laser.

Données :

- La mesure de la largeur de la tache centrale de diffraction pour un brin de brosse à dents ultrasouple a donné L = 1,89 cm. L'incertitude-type sur la mesure réalisée est : $u(L)$ = 1,0 mm ;
- La valeur de la constante k avec son incertitude-type associée : $k = 1{,}96\times10^{-6}\ \text{m}^2$ et $u(k) = 0{,}03\times10^{-6}\ \text{m}^2$.

Q3. Montrer que la valeur expérimentale du diamètre a_{brosse} du brin de brosse à dents ultrasouple étudiée est de valeur égale à $1{,}04\times10^{-4}$ m.

D'après la relation de la question 1, on peut dire que $L = k.\frac{1}{a}$ donc $a = k.\frac{1}{L}$

$a = 1{,}96\times10^{-6}\text{m}^2 \times \frac{1}{1{,}89\times10^{-2}\text{m}}$ = $1{,}04\times10^{-4}$ m = 104×10^{-6} m = 104 µm

1.96E-6
1.89E-2
1.037037037E-4

Q4. Calculer la valeur de l'incertitude-type associée $u(a_{brosse})$ du diamètre du brin de brosse à dents ultrasouple, définie par : u

$$u(a_{brosse}) = a_{brosse} \times \sqrt{\left(\frac{u(k)}{k}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2}$$

$u(a_{brosse}) = a_{brosse} \times \sqrt{(\frac{u(k)}{k})^2 + (\frac{u(L)}{L})^2}$

$u(a_{brosse}) = 104\mu m \times \sqrt{(\frac{0{,}03\times10^{-6}\text{m}^2}{1{,}96\times10^{-6}\text{m}^2})^2 + (\frac{0{,}1\text{cm}}{1{,}89\text{cm}})^2}$ = 5,7 µm

On arrondit par excès à un seul chiffre significatif.

$u(a_{brosse}) = 6\ \mu m$

Donnée :

- Le résultat d'une mesure x est considéré en accord avec une valeur de référence si la valeur du quotient $\frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$ est inférieure ou égale à 2, avec $u(x)$ l'incertitude-type associée.

Q5. À l'aide de la donnée précédente, vérifier que le résultat du diamètre du brin de brosse à dents ultrasouple obtenu expérimentalement a_{brosse} est en accord avec celui de référence, qui vaut 100 µm.

$z = \frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$

$z = \frac{|104 - 100|}{6}$ = 0,7

0,7 < 2 donc on peut considérer que le résultat expérimental (104 µm) est en accord avec la valeur de référence (100 µm)

Niveau d'intensité sonore d'une brosse à dents électrique.

À une distance de 10 cm d'un modèle de brosse à dents électrique en fonctionnement, le niveau d'intensité sonore *L* mesuré par le sonomètre a pour valeur 65 dB. Il est qualifié comme fatigant sur l'échelle du bruit.

Données :

- Relation entre le niveau d'intensité sonore *L* (en dB) et l'intensité sonore I (en $W \cdot m^{-2}$) : $L = 10 \times \log(\frac{I}{I_0})$

La valeur de l'intensité sonore de référence I_0 correspondant au seuil d'audibilité est égale à $1{,}0 \times 10^{-12}\ W \cdot m^{-2}$;

- L'intensité sonore I (en $W \cdot m^{-2}$) est liée à la puissance sonore P (en W) rayonnée par la source, qui se répartit au cours de la propagation sur une surface d'aire S (en m²) par la relation : $I = \frac{P}{S}$

avec $S = 4\pi \cdot d^2$ où d (en m) est la distance qui sépare le récepteur et la source.

Q6. À l'aide des données, calculer la valeur de l'intensité sonore I_1 correspondant au niveau d'intensité sonore $L_1 = 65$ dB, relevé à une distance égale à 10 cm de la brosse à dents électrique étudiée.

$L_1 = 10 \times \log \frac{I_1}{I_0}$

donc $I_1 = I_0 \times 10^{L/10}$

$I_1 = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{6{,}5} = 1{,}0 \times 10^{-5{,}5} = 3{,}2 \times 10^{-6}\ W.m^{-2}$

Q7. Calculer la valeur de la distance à laquelle une personne doit se placer par rapport à l'utilisateur de la brosse à dents électrique, afin qu'elle ne soit pas incommodée par le bruit, ce qui correspond à une atténuation géométrique de 25 dB.

En s'aidant de la vue en plan de la salle de douche fournie dans les données, préciser si une personne peut être présente dans la salle de douche sans être incommodée.

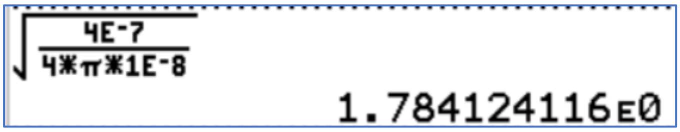
On veut une atténuation de 25 dB, c'est à dire qu'il faut trouver à quelle distance le niveau d'intensité sonore est de $L = 65 - 25 = 40$ dB.

Ceci correspond à une intensité $I = I_0 \times 10^{L/10}$

$I = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{40/10} = 1{,}0 \times 10^{-8}\ W.m^{-2}$

On utilise ensuite la relation entre puissance et intensité sonore.

$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi d^2}$



On en déduit $d^2 = \frac{P}{4\pi I}$ soit $d = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}}$

$d = \sqrt{\frac{4{,}0 \times 10^{-7} W}{4\pi \times 1{,}0 \times 10^{-8} W/m^2}}$ = 1,8 m.

Il faut donc se placer à 1,8 m de l'utilisateur pour ne pas être incommodé.

Déterminons la distance maximale possible entre la brosse à dents et une autre personne dans la salle de bains.
On choisit sur le schéma la position la plus éloignée dans la douche.
En déterminant l'échelle du document, on trouve 1,79 m.
11,4 cm schéma → 196 cm réels
10,4 cm → d_{max}

$$d_{max} = \frac{196 \times 10,4}{11,4} = 1,79 \text{ m}$$

Ainsi on peut considérer que la personne sera incommodée quelle que soit sa place.
Une possibilité serait que la douche fermée créée une absorption, mais nous n'avons pas d'information sur l'importance de cette atténuation.
De même, il est possible que le bruit de l'eau qui coule dans la douche masque celui de la brosse à dents.

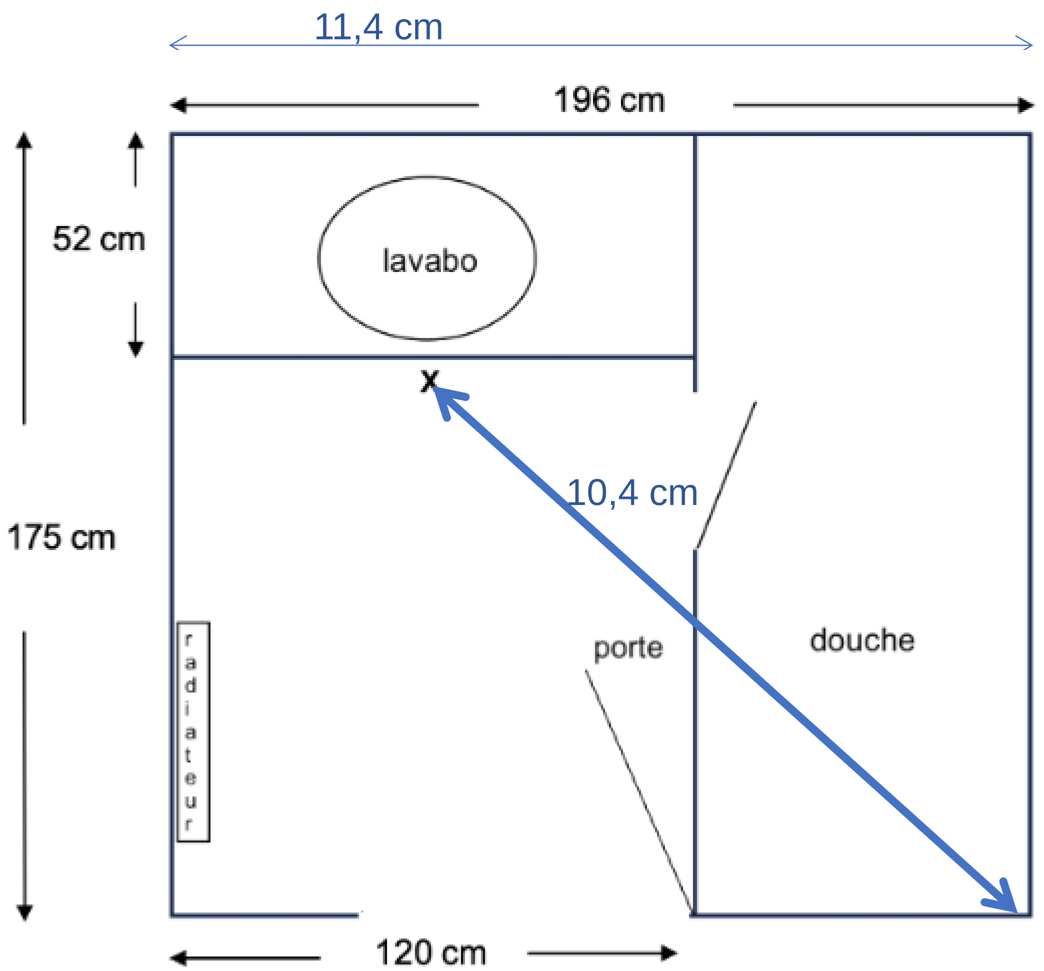


Figure 3. Plan de la salle de douche.