DEVOIR N°1 : CORRECTION

EXERCICE 1 : ÉTUDE DE COLORANTS DANS UNE BOISSON (10 POINTS)

Q1- $m(sucre) = C_m(sucre) \cdot V$ donc $m(sucre) = 367 \times 3{,}0 \times 10^{-2} = 11\ \text{g}$.

Par proportionnalité, cette masse correspond à $11/5{,}0 = 2{,}2$ morceaux de sucre.

C'est une masse importante pour un volume de seulement 3,0 cL ; la boisson est très sucrée et sa consommation excessive peut entrainer des problèmes de santé (caries, diabète, obésité …).

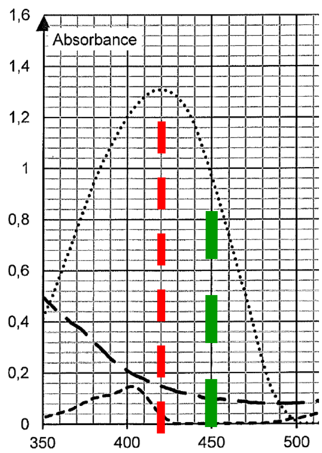
Q2- La couleur d'un colorant en solution aqueuse correspond à la couleur complémentaire du maximum d'absorption.

En utilisant le cercle chromatique : $\lambda_{MAX}(\text{E102}) \approx 420\ \text{nm}$ absorbe le violet donc paraît jaune ;

$\lambda_{MAX}(\text{E131}) \approx 630\ \text{nm}$ absorbe le rouge-oranger donc paraît bleu-vert ;

$\lambda_{MAX}(\text{E133}) \approx 595\ \text{nm}$ absorbe le orange donc paraît bleu.

Q3- Dans le spectre d'absorbance de la boisson, on trouve deux maximums d'absorption bien distincts pour $\lambda_1 \approx$ 420 nm et $\lambda_2 \approx$ 630 nm ; cela correspond respectivement aux colorants E102 et E131 d'après le spectre d'absorbance n°2.



Q4- La longueur d'onde λ'= 420 nm correspond au maximum d'absorption du colorant E102 que l'on veut doser mais, à cette longueur d'onde, l'autre colorant présent dans la boisson (le E131) absorbe également.

On se place donc à la longueur d'onde λ = 450 nm où le E102 absorbe suffisamment mais où le E131 n'absorbe pas.

Q5- Par définition du facteur de dilution : $F_d = \dfrac{C}{C'} = \dfrac{V_{fiole}}{V_{pipette}}$ = 4 ici.

On choisira donc une fiole jaugée de 100 mL (par exemple) et une pipette jaugée de 25,0 mL.

(Il faut également un pipeteur et un bécher intermédiaire dans lequel on verse la solution mère)

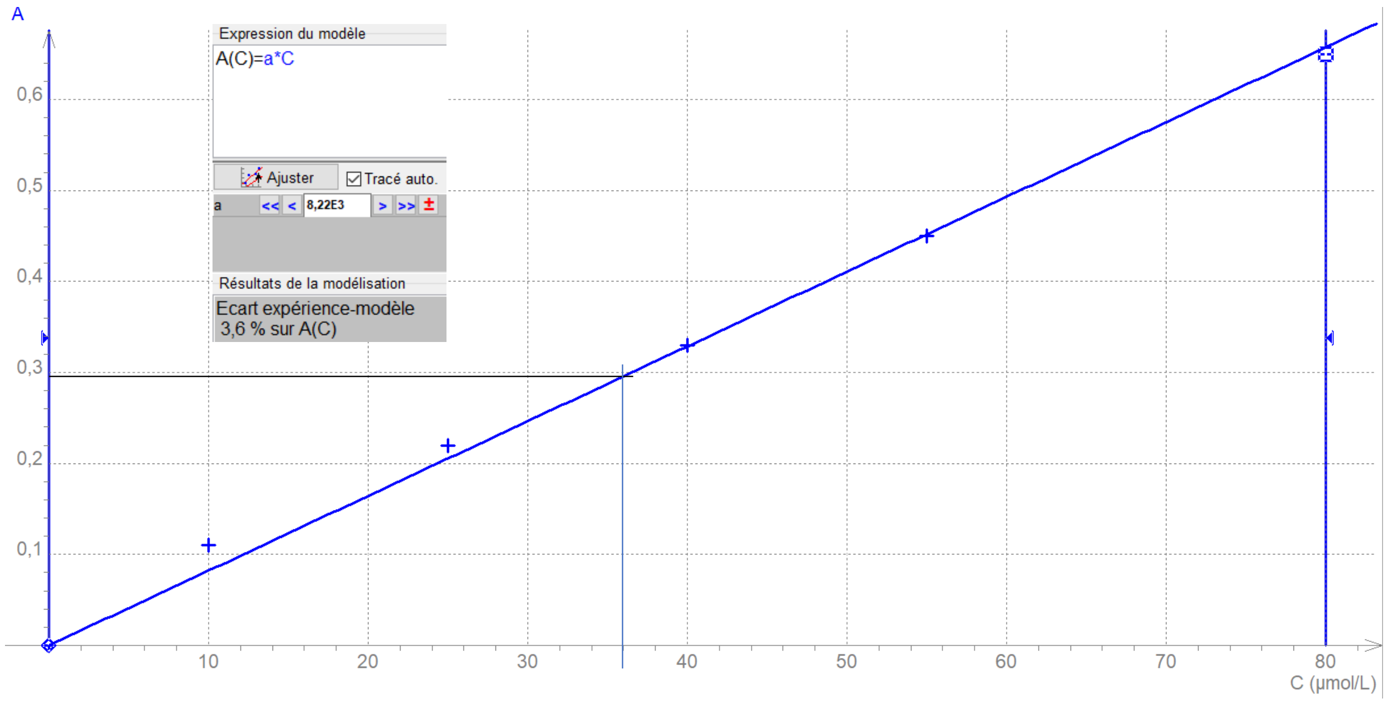
Rq : On dilue souvent une solution avant de procéder à un dosage spectrophotométrique pour que : - la loi de Beer-Lambert soit valide (elle n'est pas valide pour des solution trop concentrées) ;

- la valeur de l'absorbance de la solution dosée soit incluse dans la gamme d'étalonnage.

Q6- La loi de Beer-Lambert ($A = k{\bullet}C$) est vérifiée pour le colorant E102 car l'absorbance mesurée est proportionnelle à la concentration de la solution.

Pour la longueur d'onde choisie de 450 nm, on a pour chaque solution :

Solution	1	2	3	4	5
Absorbance	0,65	0,45	0,33	0,22	0,11
Concentration(en mol.L^{-1})	$8,0 \times 10^{-5}$	$5,5 \times 10^{-5}$	$4,0 \times 10^{-5}$	$2,5 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-5}$



Q7- Cherchons d'abord la concentration C_s de la boisson en colorant E102 :

La solution S a une absorbance de A_S = 0,30 à la longueur d'onde λ = 450 nm (voir le spectre 1).

On détermine graphiquement : $C_s = 3,6 \times 10^{-5} mol.L^{-1}$

La boisson ayant été diluée 4 fois : $C_{E102} = 4 \times C_s = 1,44 \times 10^{-4} mol.L^{-1}$ (*valeur intermédiaire non arrondie*)

Déterminons maintenant la masse de E102 contenue $V = 3,0$ cL de boisson.

$n_{E102} = C_{E102}{\bullet}V$ donc $m_{E102} = n_{E102}{\bullet}M_{E102} = C_{E102}{\bullet}V{\bullet}M_{E102}$

$m_{E102} = 1,44 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^{-2} \times 534 = 2,3 \times 10^{-3} g\ soit\ 2,3\ mg\ (avec\ 2\ CS)$.

La DJA pour le E102 est de 7,5 mg par kilogramme de masse corporelle et par jour.

La valeur de 2,3 mg contenue dans une dose de 3,0 cL est très inférieure à la dose qu'une personne peut consommer par jour.

Par exemple une personne de 60 kg peut consommer $60 \times 7,5 = 450$ mg par jour

EXERCICE 2 : PROTECTION DES CRAPAUDS (10 POINTS)

Q1. Système {Crapaud} de masse m et de centre de masse G
Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ d'axes Ox et Oz.

Forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$;

Actions de l'air négligées.

Deuxième loi de Newton : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\cdot\overrightarrow{a_G}$ soit $\vec{P} = m\cdot\overrightarrow{a_G}$ d'où $m\cdot\vec{g} = m\cdot\overrightarrow{a_G}$ donc $\boxed{\overrightarrow{a_G} = \vec{g}}$

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ il vient :

$$\boxed{\overrightarrow{a_G}\begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{cases}}.$$

Q2. $\overrightarrow{a_G} = \dfrac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$ en primitivant on obtient : $\overrightarrow{V_G}\begin{cases} V_x = V_{0x} \\ V_y = -g \times t + V_{0y} \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales : $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

On a donc : $\overrightarrow{V_G}\begin{cases} V_x = V_0 \times cos\alpha + V_{0x} \\ V_y = -g \times t + V_0 \times sin\alpha \end{cases}$

$\overrightarrow{v_G} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ en primitivant on obtient : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = V_0 . cos\alpha \times t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2} g \times t^2 + V_0 . sin\alpha \times t + y_0 \end{cases}$

D´après les conditions initiales, x_0 et y_0 sont nulles.

On a finalement : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = V_0 . cos\alpha \times t \\ y = -\frac{1}{2} g \times t^2 + V_0 . sin\alpha \times t \end{cases}$

Q3. Lorsque le crapaud finit son saut $z(t_{saut}) = 0$ soit : $-\dfrac{1}{2}\cdot g \cdot t_{saut}{}^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha)\cdot t_{saut} = 0$.

Soit $\left(-\dfrac{1}{2}\cdot g\cdot t_{saut} + v_0\cdot\sin(\alpha)\right)t_{saut} = 0$. En éliminant la solution $t_{saut} = 0$ s il vient :

$-\dfrac{1}{2}\cdot g\cdot t_{saut} + v_0\cdot\sin(\alpha) = 0$ soit $\dfrac{1}{2}\cdot g\cdot t_{saut} = v_0\cdot\sin(\alpha)$ et finalement : $\boxed{t_{saut} = \dfrac{2v_0\cdot\sin(\alpha)}{g}}$

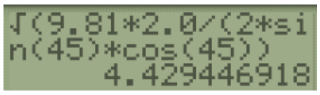
Q4. On reporte l'expression de t_{saut} dans $x(t)$: $x(t_{saut}) = v_0\cdot\cos(\alpha)\cdot t_{saut} = d$.

$v_0\cdot\cos(\alpha)\cdot\dfrac{2v_0\cdot\sin(\alpha)}{g} = d$ soit $2v_0^2\cdot\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha) = g\cdot d$ donc $v_0^2 = \dfrac{g\cdot d}{2\cdot\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha)}$

Et finalement, en ne gardant que la solution positive :

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot d}{2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}}}.$$

Q5. Taille moyenne d'un crapaud : 10 cm.
Les crapauds peuvent faire des sauts jusqu'à 20 fois leur taille, ainsi :
$d = 20 \times 10$ cm $= 2{,}0 \times 10^2$ cm $= 2{,}0$ m.



$$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 2{,}0}{2 \times \sin(45) \times \cos(45)}} = \mathbf{4{,}4\ m{\cdot}s^{-1}}.$$

Q6. Le crapaud réalise un saut vertical avec $\alpha = 90°$ donc $\sin(90) = 1{,}0$.
Pour $t = t_{max}$ le crapaud atteint l'altitude maximale z_{max} pour laquelle $v_z(t_{max}) = 0$.

Soit $v_z(t_{max}) = -g \cdot t_{max} + v_0 \cdot \sin(90) = 0$ soit $-g \cdot t_{max} + v_0 = 0$ et $\boxed{t_{max} = \frac{v_0}{g}}$.

L'expression $z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$ permet alors de calculer z_{max} :

$$z_{max} = z(t_{max}) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{max}{}^2 + v_0 \cdot \sin(90) \cdot t_{max}$$

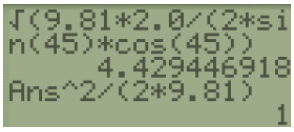
soit $z_{max} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{max}{}^2 + v_0 \cdot t_{max}$

d'où : $z_{max} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \cdot \frac{v_0}{g}$

Et : $z_{max} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{g^2} + \frac{v_0^2}{g}$

$z_{max} = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} + \frac{v_0^2}{g}$ finalement : $\boxed{z_{max} = \frac{v_0^2}{2g}}$.

Q7. On a : $H_{champion} = \frac{v_0^2}{2g}$ donc $H_{champion} = \frac{4{,}429...^2}{2 \times 9{,}81}$ = **1,0 m.**



Q8. Les barrières mesurent 50 à 60 cm de haut : elles ont donc une hauteur nettement inférieure à 1,0 m.
Lorsque le saut du crapaud n'est pas vertical mais oblique, l'altitude maximale atteinte par le crapaud est inférieure à 1,0 m.

Par ailleurs, seuls les crapauds les plus puissants peuvent atteindre 1,0 m de haut ce qui n'est pas le cas de tous les crapauds.